Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen und Modellbegriff II

1. Was wir aus dem 1. Teil (Toth2011) voraussetzen, sind im Grunde nur die beiden folgenden Definitionen:

<u>Definition</u>: Sei ein $\Sigma \subset \Lambda$ eine Menge von Ausdrücken. $\mathfrak{A}$ heisst **Modell** (vom Typ Δ) von Σ ($\mathfrak{A}$ Mod Σ) gdw für jedes $\alpha \in \Sigma$ ist $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$.

<u>Definition</u>: Aus Σ **folgt** α ($\Sigma \vDash \alpha$) gdw für jedes $\mathfrak{A}$ mit $\mathfrak{A}$ Mod Σ ist $\vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$,

d.h. α ist in jedem Modell (vom Typ Δ) von Σ gültig (Schwabhäuser 1971, S. 35).

2. Im Anschluss an die letzte Definition definieren nun die Folgerungsmenge:

<u>Definition</u>: Die Menge aller Audrücke der Sprache Λ, die aus einer gegebenen Teilmenge von Ausdrücken $\Sigma \subset \Lambda$ folgen („Folgerungen" aus Σ sind), nennen wir die **Folgerungsmenge** von Σ (in der Sprache Λ) und bezeichnen sie mit $\mathrm{Cn}\Lambda(\Sigma) := \{\alpha \mid \alpha \in \Lambda \text{ und } \Sigma \vDash \alpha\}$.

<u>Definition</u>: Ist Σ eine beliebige Menge von Ausdrücken (irgendeiner Sprache Λ), so bedeute $\Sigma°$ die Sprache, die nur mit denjenigen Konstanten aufgebaut ist, die in (Ausdrücken von) Σ vorkommen. $\Sigma°$ ist also die kleinste Sprache (der hier betrachteten Art), die Σ umfasst.

<u>Definition</u>: Die Folgerungsmenge von Σ in der Sprache $\Sigma°$ bezeichnen wir mit $\mathrm{Cn}(\Sigma)$, also $\mathrm{Cn}(\Sigma) := \mathrm{CN}_{\Sigma°}(\Sigma)$.

Als Beispiel aus der Semiotik der verbalen Zeichen können wir z.B. sagen, dass $\Sigma°$ sowohl die Verbalstämme als auch die Klasse der Affixe enthalte. Zur Folgerungsmenge $\mathrm{CN}_{\Sigma°}(\Sigma)$ gehören dann alle Ableitungen, darunter ungrammatische, vgl. im Deutschen

Plural-Suffixe: Brett → Bretter, aber Bett → Betten

Präfixvariationen: *an-leiten, *be-leiten, ge-leiten, ver-leiten, *zer-leiten

an-schmieren, be-schmieren, *ge-schmieren, ver-schmieren, *zer-schmieren

*an-zeihen, *be-zeihen, *ge-zeihen, ver-zeihen, *zer-zeihen, usw.

<u>Lemma</u>: Für $\alpha \in \Lambda$, $\Sigma, \Sigma' \subset \Lambda$ und Strukturen $\mathfrak{A}$ von passendem Typ Δ gilt:

(i) Wenn $\alpha \in \Sigma$, so $\Sigma \vDash \alpha$.

(ii) Wenn $\mathfrak{A}$ Mod Σ, so für alle $\Sigma' \subset \Sigma$ ist $\mathfrak{A}$ Mod Σ'.

(iii) Wenn $\mathfrak{A}$ Mod Σ, so $\mathfrak{A}$ Mod $Cn_\Lambda(\Sigma)$.

Die Erzeugung nicht nur der grammatischen, sondern auch der ungrammatischen Derivationen wird sozusagen garantiert durch die Abgeschlossenheit des Hüllenoperators:

<u>Satz</u>: Cn_Λ ist Hüllenoperator über Λ, d.h. für beliebige $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3 \subset \Lambda$ gilt:

(i) $\Sigma \subset Cn_\Lambda(\Sigma)$ (Extensivität)

(ii) Wenn $\Sigma_1 \subset \Sigma_2$, so $Cn_\Lambda(\Sigma_1) \subset Cn_\Lambda(\Sigma_2)$ (Monotonie)

(iii) $Cn_\Lambda(\, Cn_\Lambda(\Sigma)) \subset Cn_\Lambda(\Sigma)$ (Abgeschlossenheit von Cn_Λ)

<u>Definition</u>: Eine Menge T von Ausdrücken heisse eine **Theorie** gdw $Cn(T) = T$.

Eine Theorie ist also z.B. auch eine Sprache, die sämtliche (und nicht nur die grammatischen) Kombinationen von Wortstämmen und Affixen enthält. Man müsste also, um ungrammatische Derivationen auszuschliessen, eine Menge von immer feineren Filtern $T_1 \subset T_2 \subset T_3 \subset \dots T_n \subset T$ bilden, wobei dann T allerdings von der zugrunde liegenden Sprache abhängig ist, da z.B. in agglutinativen Sprachen per definitionem sämtliche Affixierungen a priori grammatisch sind (Beispiel: Ungarisch).

Bibliographie

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mnanheim 1971

Toth, Alfred, Zeichen und Modellbegriff I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

3.2.2011